

Лекция 2

Виды взаимодействия частиц плазмы сложного состава.

Цель. Описать виды и особенности взаимодействия частиц плазмы сложного состава

В плазме, состоящей из электронов, ионов и атомов, необходимо учитывать межатомные взаимодействия, кулоновские взаимодействия между зарядами и взаимодействия между нейтральными и заряженными частицами. Если плазма полностью ионизована, то ее состояние определяется кулоновскими взаимодействиями, специфика которых состоит в их дальности. В частично ионизованной плазме, где концентрация атомов больше чем концентрация свободных зарядов на первый план выходит взаимодействие зарядов с нейтралами.

Взаимодействие частиц в системе усиливается с увеличением плотности плазмы, следовательно, и свойства плазмы начинают проявлять всё большее отличие от свойств идеального газа. Степень неидеальности плазмы принято характеризовать параметром неидеальности:

$$\gamma = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_D k_B T}, \quad (2.1)$$

где $r_D = \left(k_B T / \left(4\pi e^2 \sum_{j=e,i} n_j Z_j^2 \right) \right)^{1/2}$ - дебаевский радиус экранирования термической плазмы. Здесь для водородной плазмы $n = n_e = n_i$ - плотность числа частиц в системе, T - температура плазмы.

Параметр неидеальности определяет отношение средней потенциальной энергии взаимодействия частиц на расстоянии радиуса Дебая к их тепловой энергии.

Как известно, кулоновское взаимодействие имеет дальнотействующий характер, поэтому коллективные явления, приводящие к эффектам экранировки поля заряда в плазме, необходимо учитывать даже при умеренных плотностях. В связи с этим, при изучении свойств плазмы широко используется метод эффективного потенциала или псевдопотенциала. Исторически, первой псевдопотенциальной моделью, описывающей эффекты экранировки в неидеальной плазме, явилась модель Дебая-Хюккеля :

$$\Phi_D(r) = \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right), \quad (2.2)$$

где r - межчастичное расстояние. Потенциал Дебая-Хюккеля соответствует приближению парных корреляций и поэтому справедлив только при невысоких плотностях. С ростом плотности необходимо принимать во внимание корреляции высших порядков во взаимодействии частиц.

На основе цепочки уравнений Боголюбова для равновесных функций распределения было получено уравнение для псевдопотенциала, учитывающего многочастичные корреляции частиц системы, в приближении трехчастичных корреляций оно записывается в следующем виде:

$$\frac{d^2 \Phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\Phi}{dr} - \frac{\Phi}{r_D^2} = \pm \frac{\Phi^2}{r_D^2 k_B T}, \quad (2.3)$$

с граничными условиями

$$\Phi(r \rightarrow 0) \rightarrow \pm \frac{e^2}{r}.$$

$$\Phi(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$$

Знак плюс соответствует взаимодействию пар разноименных зарядов, минус – взаимодействию одноименных заряженных частиц плазмы.

В приближении слабонеидеальной плазмы его решение, полученное приближенно аналитическим методом, записывается в виде:

$$\Phi(R) = \gamma \left[1 + \frac{\gamma}{2} \left\{ (E_i(-R_0) - E_i(-R)) - (E_i(-3R_0)e^{2R_0} - E_i(-3R_0)e^{2R}) \right\} \frac{e^{-R}}{R} \right], \quad (2.4)$$

где $E_i(-ax) = -\int_x^\infty \frac{e^{-at}}{t} dt$ - интегральная показательная функция, $\Psi(R)$ - потенциал в единицах $k_B T$, $R = r/r_D$, R_0 - минимальное расстояние сближения частиц в единицах r_D . Однако, решение этого уравнения имеет сложный вид, погрешность его растет с увеличением параметра неидеальности γ и его использование вызывает некоторые затруднения.

В результате наложения сплайн-аппроксимации на численные решения уравнения (1.3) для псевдопотенциала была получена интерполяционная формула, учитывающая трёхчастичное взаимодействие заряженных частиц плазмы, справедливая в широком диапазоне изменения параметра неидеальности γ :

$$\Phi(R) = \frac{\gamma}{R} e^{-R} \frac{1 + \frac{\gamma f(R)}{2}}{1 + c(\gamma)}, \quad (2.5)$$

где $f(R) = \frac{1}{5}(e^{-\sqrt{\gamma}R} - 1)(1 - e^{-2R})$, $c(\gamma)$ - поправочный коэффициент, полученный для кубической интерполяции:

$$c(\gamma) = -0,008617 + 0,455861\gamma - 0,108389\gamma^2 + 0,009377\gamma^3.$$

Следует отметить, что полученный потенциал имеет более сильную экранировку по сравнению с потенциалом Дебая-Хюккеля (1.2), что приводит к уменьшению эффективного радиуса экранировки при взаимодействии частиц. Данная модель взаимодействия частиц (1.5) корректно описывает свойства плазмы в области $0 < \gamma \leq 4$. Псевдопотенциальные модели, применяемые для классических систем, не учитывают квантовомеханические эффекты дифракции и симметрии, которые играют большую роль в плотной квазиклассической плазме. Для учета выше названных квантовомеханических эффектов был разработан специальный метод, заключающийся в сопоставлении классического больцмановского фактора и квантовомеханической слэттеровской суммы. Аналитический вид такого термодинамического псевдопотенциала приведен ниже:

Литература:

1. Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982.

2. Митчнер М., Кругер Ч. Частично ионизованные газы. М.: Мир. 1976.
3. Гиршфельдер Д., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: ИЛ. 1961.
4. Смирнов Б.М. Физика слабоионизованного газа. М.: Наука, 1978.
5. Мэзон Е., Вандерслайс Дж. Атомные и молекулярные процессы. п.р. Бейтса. М.:Мир, 1964.
6. Месси Г., Бархоп Е. Электронные и ионные столкновения. М., 1971.
7. Ландау Л.Д, Лифшиц Е.М.. Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
8. Смирнов Б.М. Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме. М.: Атомизд., 1968.
9. Эбелинг В., Крефт В., Кремп Д. Теория связанных состояний и ионизационного равновесия в плазме и твердом теле 1979г., с.50-52.

$$\Phi_{ee}(R) = \frac{e^2}{r} \left(1 - \exp\left(-\frac{r}{\lambda_{ee}}\right) \right) + k_B P T \ln 2 \exp\left(-\frac{r^2}{\lambda_{ee}^2 \pi \ln 2}\right), \quad (2.6)$$

где $\lambda_{ee} = \hbar / \sqrt{2\pi m_{ee} k_B T}$ — тепловая длина волны де-Бройля, первое слагаемое учитывает дифракцию, второе — эффект симметрии. Данный псевдопотенциал устраняет расходимость кулоновского потенциала на малых расстояниях, но при этом не учитывает эффект экранировки поля зарядов на больших расстояниях. Позднее был получен псевдопотенциал, учитывающий как квантовые эффекты дифракции, так и многочастичные эффекты экранирования поля зарядов:

$$\Phi_{\alpha\beta}(r) = \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{\sqrt{1 - 4\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2 / r_D^2}} \left(\frac{e^{-Br}}{r} - \frac{e^{-Ar}}{r} \right), \quad (2.7)$$

где $A^2 = \frac{1}{2\tilde{\lambda}^2} \left(1 + \sqrt{1 - \tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2 / r_D^2} \right)$; $B^2 = \frac{1}{2\tilde{\lambda}^2} \left(1 - \sqrt{1 - \tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2 / r_D^2} \right)$;

$\tilde{\lambda}_{\alpha\beta} = \hbar / \sqrt{2\pi m_{\alpha\beta} k_B T}$ - тепловая длина волны Де-Бройля; $m_{\alpha\beta} = m_\alpha m_\beta / (m_\alpha + m_\beta)$ - приведенная масса частиц сорта α и β

Влияние атомов на термодинамические свойства частично ионизованной плазмы заметно проявляется при уменьшении относительной концентрации свободных электронов. Что касается потенциалов взаимодействия свободных зарядов с атомами, то можно сказать, что большинство из них являются модельными полуэмпирическими потенциалами. Потенциал взаимодействия свободного заряда Ze с невозмущенным атомом водорода с центрально симметричным распределением электронной плотности, который получается при сложении кулоновских взаимодействий свободного заряда с ядром и электронным «облаком», выглядит следующим образом:

$$\Phi_{Za}(r) = Ze^2 \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a_B} \right) e^{-2r/a_B}. \quad (2.8)$$

Одной из основных используемых в практических расчетах моделей взаимодействия свободных зарядов с атомами является поляризационная модель Букингема. Между тем,

есть все основания полагать, что коллективные эффекты справедливы как для свободных, так и для связанных зарядов. Экранированная версия потенциала Букингема:

$$\Phi_{ea}(r) = -\frac{e^2 \alpha_D}{8\pi \varepsilon_0 (r^2 + r_0^2)^2} \exp\left(-\frac{2r}{r_D}\right) \times \left(1 + \frac{r}{r_D}\right)^2, \quad (2.9)$$

где α_D - дипольная поляризуемость атома, r_0 - радиус обрезания атома.